

Den græske Mathematiks Overleveringshistorie.

Af

J. L. Heiberg.

(Meddelt i Mødet den 21. Februar 1896.)

Naar om kort Tid Prof. Menges Udgave af Euklids Data og min af Serenos foreligger, vil det Arbejde, der begyndte med Fr. Hultsch' Udgave af Pappos 1876, i det væsentlige være afsluttet, idet der saa vil være leveret brugbare Udgaver af næsten alle de græske Matematikere i egenlig Forstand, hvoraf man kan danne sig en Forestilling om Haandskriftoverleveringen og det foreliggende Materiale, og det vil sikkert vare en rum Tid, inden praktiske Boghandlerhensyn vil tillade at begynde Arbejdet forfra med Benyttelse af de Erfaringer, det har bragt. Det er derfor naturligt nu at forsøge paa at give et samlet Billede af den Maade, hvorpaa den græske Mathematik er os overleveret og har virket. Det er et lille Bidrag til den omfattende Opgave at fremstille den græske Aands og den græske Litteraturs Indflydelse ned gennem Tiderne og udsondre de græske Bestanddele i Kulturen, og dertil egner dette Omraade sig særlig godt, fordi det er saa skarpt begrænset og saa let overskueligt, og den græske Indflydelse saa usammensat og paaviselig i positive Fakta.

De store græske Matematikere levede og skrev paa en Tid, hvor der bestod en regelmæssig, fuldt udviklet Boghandel; den har skaffet de nødvendige Exemplarer af Euklids Lærebøger til-

veje til Professorer og Studenter i Alexandria, hvor Mathematiken regelmæssigt blev foredraget, siden Platon havde skaffet den Anerkendelse som Dannelsesmiddel. Der havde Archimedes gjort sine Studier, og omend denne overlegne Aand, der gik sine egne Veje, saa noget ned paa Skolen og imellem tillod sig en noget uærbødig Spøg med de i Embeds Medfør alvidende Professorer, vedligeholdte han dog stadigt Forbindelsen med alexandrinske Studiefæller og sendte dem sine Skrifter. Ogsaa Apollonios' *κωνικά* er oprindeligt fremkomne som Forelæsninger i Alexandria og Pergamon. I den følgende Tid tør vi antage, at Undervisningen holdt sig til disse tre Mesters Arbejder; der er kun overleveret os faa Navne og ikke en eneste Personlighed, der kan blive os mere end en Skygge. Man har vel med Euklids Elementer som Grundlag holdt Forelæsninger over den rene og anvendte Mathematiks forskellige *τόποι* og i disse givet Stoffet en bekvemmere Form end i de med den strengeste og pertentligste Exakthed affattede Skrifter, mundtlig overleveret de Metoder og Hjælpeidler, som Skrifterne tier med for kun at meddele det færdige og uangribelige Resultat, og de nødvendige Hjælpesætninger, hvor Foredraget forudsatte mere, end der bogstaveligt stod hos Euklid¹⁾. Dette førte til, at man skrev Kommentarer til Hovedværkerne. Den første Kommentator er for os Heron, hvem man nu med Rette henfører til 2. Aarh. efter Chr. Af hans Kommentar til Elementerne har vi Fragmenter hos Proklos og i arabisk Oversættelse i cod. Leid. 399. Efter dem at dømme har han væsenligt behandlet Systemets vanskelige Punkter og tilføjet nye Beviser. Overhovedet stammer vistnok de talrige Dobbeltbeviser (*ἄλλως*), som staar i vore Haandskrifter og næsten uden Undtagelse er uægte, fra denne Periode ligesom adskillige af de interpolerede *λήμματα*. Et Billede af det matematiske Studiums Omfang og Orden i 3.

¹⁾ Derimod er der ikke tilstrækkelig Føje til at antage, at man allerede da har samlet disse *λήμματα* i særskilte Værker.

Aarh. giver Pappos' *συναγωγή*, hvori han gennemgaar det hele Kursus i højere Mathematik, gengiver Hovedværkernes Indhold og meddeler Hjælpesætningerne dertil, det sidste rimeligvis med Benyttelse af den Samling *λήμματα*, som Undervisningen i Alexandria allerede havde formet som et eget Værk. Pappos kommenterede foruden en Del af Ptolemaios' *σύνταξις* og Euklids *Data* ogsaa hans *Elementer*, og derfra stammer største Delen af vore ældre Scholier; Kommentaren til X. Bog eksisterer paa Arabisk. Denne Kommentars Indflydelse fremgaar af, at en Række Hjælpesætninger, som nu staar i alle vore Haandskrifter af *Elementerne*, genfindes i Scholierne og altsaa hidrører fra Pappos. For den regnende Arithmetik har vi en tilsvarende Samling af den noget ældre Diophantos, ligeledes opstaaet i Alexandria til Undervisningsbrug og ledsaget af en (nu tabt) Hjælpebog (*πορίσματα*). En Efterfølger af Pappos er Theon (4. Aarh.), hvem Suidas med *ὁ ἐκ τοῦ μουσείου* betegner som Professor i Alexandria. Han har besørget en Udgave af *Elementerne*, til hvilken alle vore Haandskrifter paa et nær gaar tilbage; mange af dem har endnu paa Titlen Tilføjjelsen *τῆς θέωνος ἐκδόσεως* eller *ἀπὸ συνουσιῶν τοῦ θέωνος*. Han har her ikke blot foretaget alskens Redaktionsændringer, navnlig for at gennemføre en mere ensartet Terminologi, men ogsaa tilføjet adskilligt af Hensyn til den elementære Undervisning; én saadan Tilføjjelse nævner han selv med Ordene *δέδεικται ἡμῖν ἐν τῇ ἐκδόσει τῶν στοιχείων*. En lignende Udgave havde han ogsaa besørget af Euklids *Data*, et Værk, der tjente som Indledning til den højere Geometri; men her gaar hans Udgivervirksomhed væsenligt ud paa at forkorte, aabenbart fordi dette Arbejde var bestemt for viderekomme. Endvidere havde han fortsat Pappos' Kommentar til Ptolemaios' *σύνταξις*; men Forholdet mellem dem kan først fastslaaes efter nye Haandskriftundersøgelser. Af hans to Kommentarer til Ptolemaios' *πρόχειροι κανόνες* er kun den mindre udgiven. Som Indledning til Studiet af Ptolemaios' *σύνταξις* havde man i Alexandria til Undervisningsbrug sammen-

stillet en Cyklus af mindre, astronomiske Skrifter, som senere fik Navnet *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος (τόπος)* i Modsætning til *ἡ μεγάλη σύνταξις*. Ogsaa denne Samling, som vi hos Pappos ser i sin Vorden, er bragt til Afslutning under Indflydelse af Theon, rimeligvis af en af hans Elever; Suidas nævner af ham *εἰς τὸν μικρὸν ἀστρολάβον ὑπόμνημα*, og i dette Corpus findes en særlig Form af Euklids Phainomena og Optik, vistnok en af Theon foretagen Bearbejdelse; Optiken er forsynet med en Indledning efter Theons Indledningsforedrag. Der er Sandsynlighed for, at Theon er Forfatter af den under Euklids Navn overleverede Katoptrik, der ogsaa har faaet Plads i *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος*, og vistnok fra Begyndelsen af er beregnet derpaa ligesom de nævnte Bearbejdelser af Phainomena og Optiken. Begge disse Værker foreligger ogsaa (sammen med Elementerne) i den oprindelige Skikkelse. Theons Datter, den bekendte Hypatia, der ogsaa foretog Mathematik i Alexandria, havde kommenteret Diophantos, Apollonios og Ptolemaios' *πρόχειροι κανόνες*. Sammesteds hen hører ogsaa Serenos fra Antinoeia, Forfatter til to smaa Afhandlinger om Snit i Keglen og Cylindren og til en tabt Kommentar til Apollonios. Ogsaa Nyplatonikerne i Alexandria og Athen dyrkede efter gammel Skoletradition Mathematiken; Porphyrios og Proklos kommenterede Elementerne, Proklos' Elev Marinus skrev en Indledning til Data, og efter den arabiske Euklidkommentar i cod. Leidensis havde ogsaa Simplicios kommenteret Elementerne med stærk Benyttelse af Proklos. At vor Ptolemaiosoverlevering er paa- virket af Heliodoros og Ammonios, fremgaar af, at der i flere af vore Haandskrifter findes en Notits om disse Mænds astronomiske Observationer. I Begyndelsen af 6. Aarh. taber de hedenske Skoler i Athen og Alexandria deres Betydning i Sammenligning med Konstantinopel. Men ogsaa den nye Religion har Brug for den antike Videnskab. Sofiakirkens Bygmester Isidoros fra Milet tyer til den gamle Mekanik, da han skal konstruere den uhyre Kuppel; han skrev en Kommentar til

Herons *χαμαρικά* og besørgede en Udgave af Archimedes. Fra hans Skole stammer den saakaldte XV. Bog af Elementerne. Hans yngre Kollega Anthemios behandlede i sin Bog *παράδοξα μηχανήματα* den gamle Mekanik, særlig Archimedes' Opfindelser. Hans Ven Eutokios, der ogsaa havde studeret i Alexandria under Ammonios og saaledes forbinder de to Kredse, kommenterede Isidoros' Archimedesudgave og udgav selv de 4 første Bøger af Apollonios' *κωνικά* med Kommentar; fra denne Udgave stammer alle vore Haandskrifter. Hans Arbejder giver os mange Oplysninger om Overleveringens daværende Tilstand. Saaledes ser vi, at det er lykkedes ham i et gammelt Haandskrift at opdrive et af Archimedes forudsat Supplement til *περὶ σφαιρας καὶ κυλίνδρου*, som ikke stod i Isidoros' Udgave, hvorfra vore Haandskrifter stammer. Han meddeler det i sin Kommentar og bemærker ganske rigtigt, at dets doriske Dialekt og dets Terminologi er en Garanti for Ægtheden. Til sin Udgave af *κωνικά* kunde han benytte flere Haandskrifter, der afveg temmelig stærkt fra hinanden, hvilket stemmer med, at Apollonios klager over, at hans Forelæsninger var i Omløb i flere forskellige Redaktioner. Eutokios' Fremgangsmaade er eklektisk; de ikke optagne Beviser anbragte han i sin Kommentar og giver os saaledes Muligheden til at kontrolere hans Udvalg (en enkelt Gang kan det bevises, at han har grebet fejl). Sin Kommentar citerer han selv med Ordene *ἔξωθεν ἐν τοῖς συντεταγμένοις σχολίοις*; den stod altsaa paa gammel Vis udenom Texten.

Konstantinopel, der nu var Hovedsædet for de højere Undervisningsanstalter, gennemgik i 8. Aarh. under Billedstriden en farlig Periode, som truede Studierne og den gamle Litteratur med Undergang; Kejser Leo Isauricus (717—741) lukkede de offentlige Læreanstalter. Hvordan det saa ud omkring 800, lærer vi af Leon philosophus' Ungdomshistorie. Han havde i Konstantinopel kun lært *γραμματική* og *ποιητική*, men kom saa til Andros, hvor han fandt en Lærer, der underviste ham i Rhetorik, Filosofi og Mathematik, og omkring i Klostrene opsøgte han

de halvt forglemte Bøger. Det er typisk; medens i Hovedstaden Billedstridens Vandalisme havde ødelagt Bibliothekerne, laa der omkring i afsides Egne endnu Skatte fra en bedre Tid urørte; en kraftig og energisk Haand kunde hæve dem, naar det skulde være.

Denne Leon skyldes Genoprettelsen af Konstantinopels højere Undervisningsanstalter. Kalifen Al Mamun, som var bleven opmærksom paa ham ved et Tilfælde, søgte at faa ham til sit Hof, hvad der kun blev hindret ved, at Kejser Theofilos (829—842) oprettede en Professorpost for ham. Senere blev han Biskop i Saloniki og kaldtes derfra til at være Leder af det nye Universitet i Konstantinopel, som nu oprettedes af Bardas, Storvezir hos Michael III (842—867); ved dette foretog hans Elev Theodoros Geometri. Leons Interesse for Mathematik har efterladt sig Spor i et Par Verslinier til hans Ære, som stod i Archetypus til vore Archimedeshaandskrifter, og i en Forelæsning over Eukl. VI def. 5, som Biskop Arethas har hørt i sin Studietid og ladet indføre i cod. Bodl. af Elementerne. Overhovedet hidfører denne Universitetets Genoprettelse den egenlige Blomstringstid for de lærde Studier i det byzantinske Rige, som varer til Enden af 10. Aarh. og viser sig ved en Række udmærkede Haandskrifter ogsaa paa vort Omraade (Bodl. af Euklid, det tabte Haandskrift af Archimedes, den ligeledes tabte Archetypus til vore Haandskrifter af Apollonios, Vatic. 190 med den fortheoniske Redaktion af Elementerne, Vatic. 204 Stamhaandskrift for *ὁ μὲν ἄστρονομούμενος*, Laur. XXVIII 3 Elementerne, o. s. v.). Fra denne Periode stammer vore ældre Scholiesamlinger og talrige Interpolationer, som Undervisningen foranledigede (bl. a. vistnok den Bearbejdelse af et Par Skrifter af Archimedes, som ikke blot har omsat dem fra Dorisk til *κοινή*, men ogsaa interpoleret og ændret dem stærkt).

Efter Konstantin Porfyrogennetos' Død (959) gaar det tilbage med det litterære Liv. Vel bliver de store Matematikeres Værker endnu stadigt læste, det beviser Haandskrifter som

Vindob. af Euklid, der ene har bevaret den gamle Redaktion af Phainomena og Optiken (12. Aarh.), Vatic. af Apollonios o. a. (kun Archimedes, den vanskeligste og fjernest liggende af dem alle, synes at være gaaet ud af Studiekredsen; siden det 10. Aarh. kender vi intet Haandskrift af ham i Orienten). Men man nøjes med bestandigt magrere Udtog. Hvad en Lærd i det fjerneste Østen kunde nøjes med, viser den lille Encyklopædi i cod. Palatin. Heidelb. 281, skrevet i Aaret 1040 i Seleukia¹⁾; Mathematiken er deri repræsenteret ved Excerpter af Euklid. Af samme Art er de til Forklaring af Aristoteles sammenstillede Sætninger af Elementerne, som er opbevarede under Michael Psellos' Navn. Ogsaa de yngre Scholier til Euklid, som er fra denne Periode, viser Nedgangen i matematisk Sans, og Haandbøger som Pachymeres' Encyklopædi (13. Aarh.) var farlige for Bevarelsen af de fuldstændige Værker. Et Billede af Tilstanden i Begyndelsen af 14. Aarh. giver Theodoros Metochitas Beretning om sine Læreaar. Da han var færdig med Grammatiker- og Rhetorskolen, vilde han studere Aristoteles og de matematiske Videnskaber, men da disse Studier i mange Aar havde været i Forfald, vidste han ikke, hvor han skulde faa en Lærer fra. Matematik dyrkedes kun som Anhang til Filosofien, man læste Arithmetik efter Nikomachos og Plangeometri efter Euklid I—VI; Læren om irrationale Størrelser i X og de stereometriske Bøger XI—XIII kendte ingen. Dette forklarer os, hvorfor vi finder saa mange Haandskrifter fra 13.—15. Aarh., som foruden Nikomachos indeholder de første 6 eller 9 Bøger af Elementerne; det er byzantinske Skolebøger. Theodoros Metochita fandt

¹⁾ Subskriptionen lyder: *ἔγγραφη ἡ βίβλος αὕτη διὰ χειρὸς νικολάου καλλιγράφου μηνὶ Ἰαννουαρίῳ τῷ ἑκτατῷ ἔτους ςφμθ ἐκ πολλῶν πονημάτων ῥωμανοῦ ἀσηκρήτις καὶ κρείτου σελευκείας συλλεγεῖσα τοῦ καὶ ἀθθέντου μου· οἱ ἀναγνώσκοντες αὐτὴν εὐχεσθε ὑπὲρ αὐτοῦ. Derunder staar: *ἡ βίβλος αὕτη Leonardi Justiniani ἐστίν*, men under det senere tilføjede Leonardi Justiniani ses endnu Spor af *τοῦ φραγκίσκου φιλέλφου*. Filelfo maatte ved sin Hjemkomst fra Grækenland pantsætte nogle Bøger til Leon. Giustiniani i Venedig.*

endelig en Lærer i Manuel Bryennios, som henledte hans Opmærksomhed paa Ptolemaios' *σύνταξις*. Ved Studiet af den følte han imidlertid stærkt Manglen af mathematiske Forkundskaber og læste saa ivrigt hele Euklid, *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος* og — som han tilstaar, med megen Møje — Apollonios og Serenos. Om Bryennios' Ptolemaiosstudier er der paa en ejendommelig Maade bevaret os et Vidnesbyrd. I cod. Paris. 2390 af Ptolemaios (som er en Kopi af Vatic. 1594) er der med en senere Haand tilføjet et Par Scholier med Overskriften *ἡμέτερον* eller *ἐμόν*. De samme findes i cod. Laur. XXVIII 1 med Overskriften *τοῦ βρυεννίου*. Dette Haandskrift har tilhørt Demetrios Kydones, som altsaa har kopieret Bryennios' Haandskrift, rimeligvis som hans Elev. Denne mathematisk interesserede Kreds har ogsaa efterladt sig andre Spor. I cod. Bonon. af Euklid (11. Aarh.) findes der nogle yngre Scholier af Joannes Kabasilas, en ikke videre bekendt Slægtning af den berømte Mystiker Nikolaos Kabasilas, hvis Ven Demetrios Kydones var; samme Haandskrift indeholder ogsaa nogle Scholier med Navnet Demetrios ved, og ogsaa Bodl. af Euklid har været i denne Families Eje. Demetrios Kydones' Ven Nikephoros Gregoras hørte Theodoros Metochitas Forelæsninger over Ptolemaios, som han har beskrevet for os, og cod. Marcian. 312 af *σύνταξις* bærer foran Navnet *νικηφόρου τοῦ γρηγορά*. I dette Haandskrift er Ptolemaios' Stjernekatolog helt igennem rettet med en senere Haand, idet der er taget Hensyn til Præcessionen; en Beregning giver, at disse Rettelser bringer Stjernekatologet à jour for c. 1358, hvilket passer godt for Nikephoros' Tid; de er vel altsaa foretagne af ham. I samme Periode spores der paa Athos en levende Interesse for Aristoteles' fysiske Skrifter og for Matematik, som lægger sig for Dagen i en Række Haandskrifter fra Athosklostrene, indrettede paa en bestemt ensartet Maade til Forelæsningsbrug; i den Kommentar, hvormed flere af dem er forsynede i Randen, citeres et Par Gange *ὁ ἡμέτερος διδάσκαλος* og hans Fortolkninger. Til denne Gruppe hører bl. a.

Paris. 2342 (Euklids Elementer, Data, *ὁ μικρὸς ἀστρονομούμενος*, Apollonios). Den Text, dette Haandskrift giver af Apollonios (og Serenos), er helt igennem interpoleret af en meget sagkyndig Mand, som skaanselsløst gennemfører den ældre Terminologi. En lignende Behandling har i Vatic. 204 en yngre Haand paa-begyndt, bl. a. i Euklids Optik, og nogle af dens Rettelser findes i Paris. 2342 i Randen; de maa altsaa være foretagne paa Athos og vidner om de der drevne matematiske Studier. Bagved denne Bevægelse maa der staa en eller anden energisk Repræsentant for den her skildrede Retning. Naar man nu betænker, at Theodoros Metochita netop studerede Aristoteles og de Matematikere, der er samlede i Paris. 2342 som ellers aldrig, og at codd. Coislin. 172—173, der ogsaa stammer fra Athos, indeholder hans Elev Nikephoros Gregoras' Recension (*διόρθωσις*) af et Skrift af beslægtet Indhold (Musik), ligger det nær at anse ham for Ophavsmanden til denne Bevægelse. Vel kan det endnu ikke bevises, at Nikephoros har levet paa Athos, men baade Klostrenes Historie og hans eget Liv er endnu saa lidet oplyste, at det intet beviser; han var flere Gange i Unaade og inde-spærret. Naar vi saaledes gentagne Gange træffer os bekendte byzantinske Lærde som Besiddere af vore Haandskrifter, viser det, hvor faa Haandskrifter der dengang eksisterede. Man faar det Indtryk, at Bryennios og hans Skole i sidste Øjeblik har reddet os et godt Stykke af den græske Mathematik. Det er det, man saa ofte forvexler med en særlig Verdenshistoriens Visdom, idet man i Glæden over, hvad vi har, saa let glemmer alt det, vi har tabt, netop fordi den rette Mand ikke var der i det afgørende Øjeblik.

Der blev iøvrigt vedvarende holdt Forelæsninger i Konstantinopel over Mathematik. I cod. Laur. XXVIII 2 af Elementerne findes nogle Scholier med Maximos Planudes' (c. 1300) og Joannes Pediasimos' (14. Aarh.) Navn. Planudes har leveret en Udgave af Diophantos med Kommentar og en Regnebog efter Titalsystemet, Pediasimos, som efter sin Titel *ἑπατος τῶν*

φιλοσόφων maa have beklædt et Professorat, en praktisk Geometri efter Heron og en (uudgiven) Kommentar til Kleomedes. Disse Scholier stammer aabenbart fra Forelæsninger (et af dem begynder: Maximos siger), og Haandskriftet har vel altsaa tilhørt Universitetet. Endnu c. 1400 roser i cod. Mutin. II E 9 (Euklid) Afskriveren Joannes Chortasmios, ansat i Patriarkatets Kancelli i Konstantinopel, sin Lærer Michael Balsamon, Diakon ved Sofiakirken, der paa Foranledning af Patriarken Michael underviste de unge Gejstlige ogsaa i *Ἑλληνικὰ μαθήματα*.

Allerede i 7. Aarh. begyndte Araberne at lægge sig efter græsk Mathematik, og under Kalifen Al Mamûn (9. Aarh.) opstod der en storartet Oversættelseslitteratur, hvis Grundlag var græske Haandskrifter, som man købte i Konstantinopel. I faa Aar blev alle Hovedværker oversatte, og da Araberne saa tidligt kom i Berøring med den byzantinske Lærdom, kunde de ikke blot faa Værker, som senere gik tabt (Apollonios' *χωνικά* V—VII, Ptolemaios' Optik o. a.), men ogsaa direkte tilegne sig Undervisningsmetoden. Derfor er f. Ex. den arithmetiske Anvendelse af Euklid II og VI dem klar fra Begyndelsen af, og de har tidligere faaet Æren for meget, der kun er Arv fra Grækerne. Nutildags staaer det fast, at de næsten intet har produceret selvstændigt; deres Betydning bestaar i, at de bragte Europa det indiske Tal-system og bevarede den græske Tradition, indtil Occidenten kunde drage Nytte af den.

Occidenten havde paa Matematikens Omraade kun faaet en mager Arv efter Romerne; de saakaldte praktiske Folks kortsynede Ensidighed har jo altid staaet fremmed overfor den rene Videnskab, og den græske Mathematik bar bestandigt Præget af Platons «upraktiske» Aand. Den Smule Theori, som de romerske Landmaalere behøvede, havde de forlængst laant

fra Euklid og især fra de græsk-ægyptiske Haandbøger for Ingeniører, og de regnede trøstigt videre med de gamle Formler, gode og daarlige, som det kunde træffe sig, uden at spørge synderligt om Begrundelsen. Naar Særlinge, som C. Sulpicius Galus og Nigidius Figulus, eller Polyhistorer som Varro kom i Berøring med græsk Fagvidenskab, har de vel selv oversat, hvad de havde Brug for. Først da det lakkede mod Enden med den ægte Romeraand, synes Mathematiken at have spillet en Rolle i den højere Undervisning. I det mindste lader Martianus Capella de tilstedeværende Filosofer afbryde Geometria med Leveraab for Euklid, da hun begynder: quemadmodum potest super rectam directam terminatam lineam trigonum aequilaterum constitui, idet de deri strax genkender den første Sætning af Elementerne. Forresten viser de skrækkeligt magre matematiske Udtog (næsten kun Definitioner) i Martianus Capellas og Cassiodorius' Encyklopædier, hvor lidet man i Virkeligheden brød sig om Mathematik. Som Kuriosum kan anføres, at Martianus Capella oversætter Euklids første Definition (*σημείον ἐστίν, οὐ μέρος οὐδέν*) ved: cuius pars nihil est (istedenfor nulla), en Fejl, der lader ane en dyb Begrebsforvirring. Om trent paa hans Tid havde en ubekendt oversat i det mindste en Del af Elementerne; Studemund har nemlig i en Palimpsest i Verona fundet nogle Stykker af en latinsk Oversættelse af Euklid XI—XIII, aabenbart Oversætterens eget ufærdige Exemplar, som aldrig er kommet frem for Offenligheden. Efter Cassiodorius' udtrykkelige Vidnesbyrd har først Boetius skænket sine Landsmænd Euclidem translatum in Romanam linguam som en Del af sine Lærebøger i Quadrivium. Denne Oversættelse er tabt; hvad der gaar under Navnet Boetius' Geometri er et middelalderligt Makværk. Men saavel deri som i andre Haandskrifter findes der Rester af en fuldstændig Oversættelse efter den græske Text (I—IV); efter Terminologien at dømme er den meget yngre end Boetius.

Ganske paa romersk Grund staar Beda, Alcuin, Gerbert og

de faa andre, som i den tidlige Middelalder behandler matematiske Problemér ved Hjælp af Agrimensorerne. En Vending til det bedre indtræder først i det 12. Aarh., og den udgaar fra Syditalien. Der havde den byzantinske Dannelse bevaret adskillige Kulturelementer. Kun ad den Vej er det forklarligt, at man i 8. Aarh. i Bobbio havde to Haandskrifter (fra 7. Aarh.) af græske Matematikere; det ene indeholdt Ptolemaios *περὶ ἀναλήμματος*, det andet bl. a. Anthemius *περὶ παραδόξων μηχανημάτων*; thi Fragmenter af disse to Værker findes i en Palimpsest i Milano under en Isidorus fra 8. Aarh. (i longobardisk Skrift). Derfra stammer vel ogsaa de to libri Graeci de mathematica, som tillige med en liber Sarracenus efter et Katalog fra 12. Aarh. fandtes i Klostret Michelsberg i Bamberg; til Bamberg kom Kejser Otto III's Bøger, og han havde en Græker fra Kalabrien til Lærer. Denne byzantinske Indflydelse havde i 9.—10. Aarh. fremkaldt en levende litterær Interesse hos de longobardiske duces i Benevent og Campanien, og den arvedes af Normannerne, som i 11.—12. Aarh. skabte Ro og Orden paa Sicilien og i Syditalien og ved deres Tolerance muliggjorde en fredelig Samvirken af den græske Kultur i Syditalien og den arabiske paa Sicilien med Skolen i Salerno som Centrum. Gouverneuren paa Sicilien Eugenius oversatte i 12. Aarh. Ptolemaios' Optik fra Arabisk, og Benediktineren Athelhard fra Bath, der havde studeret i Salerno, lært Arabisk og opholdt sig hos Araberne i Spanien, skabte Grundlaget for et virkeligt matematisk Studium ved sin Oversættelse af Euklids Elementer fra Arabisk. Men ved Siden af denne arabiske Kulturstrøm gaar der tydeligt en direkte græsk. Henricus Aristippus, en Græker af Fødsel, Sekretær hos Kong Vilhelm I, omtaler i en Dedikation til en engelsk Ven 1156 Herons Pneumatik og Euklids Optik paa Græsk som noget, man havde og skattede ved det normanniske Hof. En Oversættelse af Euklids Optik og Katoptrik efter Græsk, som findes i Haandskrifter fra 13. Aarh., stammer sikkert herfra. Fra denne Bevægelse udgik saa Stødet

til at opsøge den arabiske Videnskab i Spanien. I 12. Aarh. er det noget ganske almindeligt, og Kirken ser igennem Fingre dermed. Der danner sig i Toledo med lærde Jøder som Tolke en hel Oversætterskole, hvis Virksomhed særligt kommer Mathematiken til gode. Plato fra Tivoli oversatte Theodosios' *σφαιρικά*, Gerardo fra Cremona Euklids Elementer, Theodosios, et Værk af Archimedes (vistnok *κύκλου μέτρησις*, hvoraf der eksisterer en middelalderlig Oversættelse efter Arabisk), Menelaos, Euklids Data, Ptolemaios' *σύνταξις* og flere arabiske Værker, der indeholdt eller kommenterede græsk Matematik.

Fra Normannerne i Syditalien forplantede Studiet af den græske Matematik sig dels til deres Stammefrønder i England, som stod i livlig Forbindelse med dem, dels til Hohenstaufferne. Den engelske Retning frembragte en Række dygtige Mathematikere, som Biskoppen af Lincoln Robert Grosseteste, John Peckham, Thomas Bradwardin og fremfor alle Roger Bacon, der med sin Begejstring for Grækerne kommer Renaissancen nær. Men hans kritiske Aand, der søgte Næring hos de græske Forfattere — han kunde ganske godt Græsk og opfordrede ivrigt til Studiet af dette Sprog som Nøglen til den sande Viden —, bragte ham i Konflikt med Kirken, og et langvarigt Fængsel knækkede ham og dermed den hele Bevægelse. Hos Hohenstaufferne har den arabiske Paavirkning Overvægten. Men Middelalderens største Mathematiker, Leonardo Fibonacci fra Pisa, der færdedes ved Fredrik II's Hof og dedicerede ham flere Skrifter, er ogsaa direkte paavirket af Grækerne. Han fortæller selv, at han paa sine Rejser ogsaa har erhvervet matematiske Kundskaber hos Grækerne; i sin liber abaci behandler han bl. a. en *questio nobis proposita a peritissimo magistro Musco Constantinopolitano in Constantinopoli*. Da i Kejserens Nærværelse dennes Hoffilosof Johannes Panormitanus forelagde ham Ligningen $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, indsa han, at han til Løsningen maatte bruge Euklids X. Bog og lærte den derfor udenad; han har givet en Oversigt over Ind-

holdet og bruger ved den Lejlighed ikke blot Ordet *aloge*, men ogsaa *riti* (*ῥητή* *rational*) og *apothami* (*ἀποτομή*), som han kun kan have direkte fra en græsk Kilde (den nygræske Form tyder paa, at han har hørt dem). Denne Retning, der havde vundet i Styrke ved Konstantinopels Erobring 1204, bragte Thomas Aquinas, der jo hører hjemme i disse Egne, paa den Tanke at lade Aristoteles, som man hidtil væsenligt kendte gennem arabiske Bearbejdelser, oversætte direkte fra Græsk. Han benyttede hertil Vilhelm fra Moerbek, en Dominikaner, der en Tid havde været Præst i Theben og som saa mange andre katolske Gejstlige istedenfor at omvende Grækerne havde lært deres Sprog af dem. Han oversatte foruden Aristoteles en Del Værker om Fysik og Medicin, og hans egenhændige Oversættelse af de fleste af Archimedes' Skrifter har Val. Rose fundet i Vatikanets Bibliothek. Vilhelm har havt to græske Haandskrifter for sig, som begge findes anførte i Kataloget over den ældste pavelige Bogsamling fra den Tid (Oversættelsen er dateret Viterbo 1269); det ene er Moder til alle vore nuværende Haandskrifter, det andet indeholdt en Samling græsk Mekanik, bl. a. Archimedes *περὶ ὀχουμένων*, Herons Katoptrik og Ptolemaios *περὶ ἀναλήμματος*, som kun paa denne Maade er bevarede (i Vilhelms latinske Oversættelse). Dette ældste pavelige Bibliothek, hvorover vi har to Kataloger fra 1295 og 1311, er nemlig sporløst forsvundet. Det bærer tydelige Spor af at være tilblevet under Indflydelse af denne syditalienske Renaissance, idet det næsten kun indeholder Naturvidenskab, Matematik og Astronomi. Paa Vilhelms Foranledning skrev Vitelo fra Thüringen sin store Optik efter arabiske Kilder, som dog beror paa græske Forarbejder. Endog til Apollonios' *χωνικά* vovede man sig; et lille Fragment af en latinsk Oversættelse (efter Arabisk) foreligger fra 13. Aarh. Det omfatter dog kun Begyndelsen af I. Bog; for Grækernes højere Geometri var Tiden endnu ikke moden. Heller ikke Vilhelms Oversættelse af Archimedes fik nogen Betydning; hans eget Exemplar var vistnok i over 200

Aar det eneste. Hvad der foredroges ved Universiteterne, gik ikke ud over det elementære: Euklid I—IV eller højst I—VI efter Athelhards Oversættelse med Campanus' Kommentar, Peckhams Optik og Ptolemaios' Almagest. Efter en bitter Ytring af Roger Bacon, der overhovedet klager over, at Mathematiken forsømmes, men ganske vist er slem til at bruge skarpe Ord, løb de fleste Tilhørere deres Vej efter et Par Sætninger af Elementerne; I, 5 hedder derfor *eleofuga id est fuga miserorum*.

Renaissancen stod i Begyndelsen noget fremmed overfor den græske Fagvidenskab; dens Interesse laa andensteds. Den første, der ved, at Euklids Elementer eksisterer paa Græsk, er Boccaccio. For Pave Nicolaus V oversatte Jacobus Cremonensis Archimedes. Oversættelsen blev først langt senere trykt, men gjorde dog sin Virkning hist og her, som paa Kardinal Nicolaus Cusanus og Lægen Giovanni Marliano i Pavia. Hans Elev Georg Valla (Professor i Venedig 1486—1500) tog sig paa hans Tilskyndelse for at udbrede Kendskab til græsk Mathematik. Han besad det gamle Archimedeshaandskrift, som i det 13. Aarh. var i det pavelige Bibliothek, og optog Stykker deraf og af de fleste andre græske Mathematikere i sin store Encyklopædi (1501); det var det første, der blev trykt af græsk Mathematik efter græske Kilder. Han holdt ogsaa Forelæsninger over hele Euklids Elementer for første Gang i Aarhundreder. Det skyldes vistnok hans Indflydelse, at Venetianeren Bartholom. Zamberti 1505 udgav en Oversættelse fra Græsk af alle Euklids Værker og 1537 en anden venetiansk Patricier Giambattista Memo en Oversættelse af Apollonios. Vallas Indflydelse maa overhovedet ikke bedømmes efter hans uformelige og uheldige Hovedværk; han virkede væsenligt som Lærer og samlede sig et fortrinligt Bibliothek, hvorfra mange skaffede sig Afskrifter af græske Mathematikere, saaledes 1491 Angelo Poliziano for Lorenzo Medici (cod. Laur. XXVIII 4 er den bedste Kopi af Vallas forsvundne

Archimedes). Overhovedet maa de mange udmærkede Haandskrifter af Mathematikerne, som findes i Vatikanet, i Laurentiana og Marciana, været kommet til Italien i denne Tid; vi ved saaledes, at Filelfo bragte Apollonios med fra Grækenland.

Det gik forøvrigt langsomt med Udbredelsen af den græske Mathematik. Først Federico Commandinos Oversættelser og Kommentarer (16. Aarh.) gør Adgangen dertil lettere, og nu kan man iagttage, hvorledes hvert nyt Værk, der bliver bekendt, fremkalder et Opsving i Studierne. Bevægelsen forplanter sig til Frankrig ved Petrus Ramus, til Tyskland ved Johannes Regiomontanus og Cunradus Dasypodius, og i England fremkalder Newtons Interesse for de græske Mathematikere en Del Udgifter, af hvilke især Halley's har Betydning. De store Fremskridt gøres næsten alle ved Grækernes Paavirkning og med deres Værker som Hjælpemidler. Archimedes' Betydning for Galilei paa den ene Side og for Integralregningens Forløbere paa den anden er uomtvistelig, ligesaa Aristarchos' for Copernicus. Den græske Mekanik leverede Forbillederne for de mekaniske Kunststykker, der opliver Renaissancefyrsternes Villaanlæg og Fester¹⁾; fra samme Kilde hentede Dasypodius sine Ideer og Kundskaber til Forfærdigelsen af det gamle Uhr i Strassburger Münsteren. Ingenieuren Giuseppe Ceredi, der ved et Tilfælde havde faaet fat paa et Haandskrift, som havde tilhørt Georg Valla, og som indeholdt græsk Mekanik (Heron, Pappos, Dionysodoros), fandt deri den rigtige Konstruktion af Skruen uden Ende og benyttede den til en praktisk og rationel Vandsnegl²⁾.

¹⁾ Det er Grunden til de mange italienske Oversættelser af Herons Værker i Renaissanceen.

²⁾ Dennes Indretning og Nytte har Ceredi udførligt beskrevet i: *Tre Discorsi sopra il modo d'alzar acque da' luoghi bassi*, Parma 1567, 4to. S. 98 ff. er aftrykt et Patent paa Opfindelsen fra Ottavio Farnese, Hertug af Parma og Piacenza, dateret Piacenza 13. Dec. 1566, og S. 100 anføres andre Patenter fra omtrent hele Italien. Haandskriftet og dets Erhvervelse er omtalt S. 6 ff., de deri forefundne Regler S. 34. Det er endnu ikke lykkedes mig at faa Klarhed over, hvilke Skrifter han mener; navnlig er

Overhovedet er de græske Forfattere paa dette Omraade for Renaissanceen ikke saa meget Genstand for lærd historisk Forskning, som direkte Læremestre i egenligste Forstand. At paa-vise i det enkelte, hvad Lærlingerne har gjort ud af det over-leverede Arvegods, maa overlades til Matematikere af Faget; Filologien maa nøjes med at optage Inventar over Arven, pudse og restaurere de enkelte Arvestykker, fastslåa, gennem hvis Hænder de er gaaet, og saa glæde sig over, at de trods Alder og Slid endnu kan være til Nytte i Videnskabens Husholdning. I deres egen Videnskabs Historie ialfald kan Matematikerne ikke eliminere Grækerne bort.

«Dionysodoros», af hvem han S. 34 citerer «certi pezzami d' un opera di simile materia [de gli istromenti mecanici], di cui non si legge il titolo essendoui restato solamente il nome dell' autore», foreløbigt en Gaade.